علي شتية

تلخيص ماث أولى مادة السكشن

تلخيص + حل outline

1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 2.1, 2.2, 2.4

1.1 Solutions of Linear equations and Inequalities Linear

* حل المعادلات الخطية والمتباينات الخطية

. Example: Solve the equations

. مثال: حل المعادلات التالية

1) $X+1=6$

$\Rightarrow X+1-1=6-1 \Rightarrow \boxed{X=5} \Rightarrow$ one Solutions

* يوجد حل واحد فقط يعني ⇐ (one solutions)

2) $X+8=8(x+1)$

أول خطوة: توزيع الـ 8 على القوس

$X+8=8X+8$

ثاني خطوة: نطرح المجاهيل على طرف والمعاليم على طرف

$X+8-X=8X+8-X$

ثالثاً: نبدأ بتحليل المعادلة لإيجاد الناتج

$8-8=7X+8-8$

$\Rightarrow \frac{0}{7}=\frac{7X}{7} \Rightarrow \boxed{X=0} \Rightarrow$ one Solution

3) $2X+5=2X-3$

$2X+5-2X=2X-3-2X$

$\Rightarrow \boxed{5=-3} \Rightarrow$ no Solution $\Rightarrow$ عبارة خاطئة

* $\boxed{5=-3}$ عبارة خاطئة فلهذا لا يوجد حل

4) $2X+6=2(3+X)$

$2X+6-2X=6+2X-2X \Rightarrow \boxed{6=6} \Rightarrow$ all real number

* في هذه الحالة يمكنني وضع جميع الاعداد الحقيقية

Example: Solve the equations

1) $\frac{2x-1}{x-3} = 4 + \frac{6}{x-3}$

* عشان يوجد في المعادلة كسر يجب أن نوجد (LCD) ونضربه بالبسط حتى نتخلص من المقام

LCD ⇒ $x-3 : (x-3)$
$1 : 1$
$x-3 : (x-3)$
} ⇒ $LCD = (x-3)$

$\frac{(2x-1)\cdot(x-3)}{(x-3)} = 4\cdot(x-3) + \frac{6\cdot(x-3)}{(x-3)}$

* نضرب الـ LCD بالبسط ونختصره مع المقام

$2x-1 = 4x-12+6$
$-2x \quad -2x$

* نجمع المجاهيل مع بعض والعوالم على طرف

$\Rightarrow -1+6 = 2x-6+6$

$\Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{2x}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{5}{2}} \Rightarrow$ one solutions

2) $\frac{3x}{2x+10} = 1 + \frac{1}{x+5}$

LCD ⇒ $2x+10 : 2\cdot(x+5)$
$1 : 1$
$x+5 : (x+5)$
} ⇒ $LCD = 2\cdot(x+5)$

$\frac{(3x)\cdot 2\cdot(x+5)}{(2x+10)} = 1\cdot 2\cdot(x+5) + \frac{1\cdot 2\cdot(x+5)}{(x+5)}$

$3x = 2x+10+2$

$3x = 2x+12 \Rightarrow \boxed{x = 12} \Rightarrow$ one solutions
$-2x \quad -2x$

Example: Solve and graph the solutions

مثال:- حل ورسم الحلول

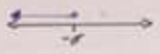
[1] $2x-1>3x+5$

$\underset{-2x}{2x-1}>\underset{-2x}{3x+5}$

* نطرح المعامل عند طرف والعالم عند طرف

$\underset{-5}{-1}>x+\underset{-5}{5}$

* نبسط ونحسب المعادلة لإيجاد الناتج

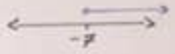
$\boxed{-6>x} \Rightarrow$ 

* نرسم الناتج على خط الأعداد

* دائرة مفتوحة ○ لأنه $\boxed{-6>x}$ و الـ 6- غير داخلة بالحل

[2] $5x+4>4x-3$

$\underset{-5x}{5x+4}>\underset{-5x}{4x-3}$

$\underset{+3}{4}>-x\underset{+3}{-3} \Rightarrow \frac{7}{-1}>\frac{-x}{-1} \Rightarrow \boxed{-7<x} \Rightarrow$ 

* عندما نقسم أو نضرب بسالب نقلب $<$ الى $>$ والعكس صحيح

[3] $\frac{3x}{4}-\frac{1}{6} \geq x-\frac{2(x-1)}{3}$

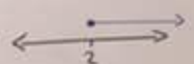
LCD $\Rightarrow$ 4 : 2.2
6 : 2.3
3 : 1.3
$\Big\}$ LCD $=2\cdot2\cdot3 \Rightarrow$ LCD $=\boxed{12}$

$+\overset{3}{12}.\frac{(3x)}{\cancel{4}_1}-\overset{2}{12}.\frac{1}{\cancel{6}_1} \geq 12.(x)-\overset{4}{12}.\frac{2(x-1)}{\cancel{3}_1}$

$9x-2 \geq 112x-4.(2x-2) \Rightarrow 9x-2 \geq 12x-(8x-8)$

* ندخل السالب على القوس

$\underset{-9x}{9x}-2 \geq \underset{-9x}{12x}-8x+8$

$\Rightarrow \frac{-2}{-8} \geq \frac{-5x}{-8} \Rightarrow \frac{-10}{-5} \geq \frac{-5x}{-5} \Rightarrow \boxed{x \geq 2} \Rightarrow$ 

* دائرة مغلقة ● لأنه $\geq$

Alishtaya

1.1 Outline

* سل أوت لاين

الأسئلة المطلوبة | 39 | 36 | 1 | 7 | 11 | 17 | 20 | 31 |

① Solve each equation

$$\underset{-4x}{4x} - 7 = \underset{-4x}{8x} + 2$$

$$\Rightarrow \underset{-2}{-7} = \underset{-2}{4x} + 2 \Rightarrow \frac{-9}{4} = \frac{4x}{4} \Rightarrow \boxed{x = \frac{-9}{4}}$$

* واذا أردنا أن نتحقق من أن الناتج صحيح نعوض الناتج في المعادلة.

[7]

$$2(x-7) = 5(x+3) - x$$

$$\Rightarrow \underset{-2x}{2x} - 14 = \underset{-2x}{5x} + 15 - x$$

$$\Rightarrow \underset{-15}{-14} = 2x + \underset{-15}{15} \Rightarrow \frac{-29}{2} = \frac{2x}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{-29}{2}}$$

[11] $\frac{5x}{2} - 4 = \frac{2x-7}{6}$

LCD ⇒ 2 : 2.1
6 : 2.3
} LCD ⇒ 2.3 = [6]

$$\overset{3}{\cancel{6}} \cdot \frac{5x}{\cancel{2}_1} - 6 \cdot 4 = \overset{1}{\cancel{6}} \cdot \frac{(2x-7)}{\cancel{6}_1}$$

$$15x - 24 = 2x - 7$$
$$\underset{-2x}{} \qquad \underset{-2x}{}$$

$$13x - 24 = -7$$
$$\underset{+24}{} \qquad \underset{+24}{}$$

$$\frac{13x}{13} = \frac{17}{13} \Rightarrow \boxed{x = \frac{17}{13}}$$

[4]

1.1

outLine

17 $\frac{2x}{2x+5} = \frac{2}{3} - \frac{5}{4x+10}$

LCD ⇒ $2x+5 : (2x+5)$
$3 : 3$
$4x+10 : 2.(2x+5)$
} LCD = $(2x+5).3.2$

$(2x+5).3.2.\frac{(2x)}{(2x+5)} = (2x+5).3.2.\frac{(2)}{(3)} - (2x+5).3.2.\frac{(5)}{(4x+10)}$

$6.(2x) = 4(2x+5) - 15$

$12x = 8x + 20 - 15$

$12x = 8x + 5 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \boxed{x = \frac{5}{4}}$

20 $\frac{2x}{x-3} = 4 + \frac{6}{x-3}$

LCD ⇒ $x-3 : (x-3)$
$x-3 : (x-3)$
} LCD = $(x-3)$

$(x-3).\frac{(2x)}{(x-3)} = (x-3).4 + (x-3).\frac{6}{(x-3)}$

$2x = 4x - 12 + 6$

$2x = 4x - 6 \Rightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{-6}{-2} \Rightarrow \boxed{x = 3}$

* لكن هنا يوجد شكل فإذا عوضنا 3 في مكان x ⇐ الجواب لا يساوي المقام، لذ
فالحل: لا يوجد حل في السؤال ذاته

1.1

outline

31 Solve each inequality

$3(x-1) < 2x-1$

$\underset{-2x}{3x-3} < \underset{-2x}{2x-1} \quad \Rightarrow x \underset{+3}{-3} < \underset{+3}{-1}$

$\Rightarrow \boxed{x < 2}$

36 $\frac{x-1}{2} + 1 > x+1$

LCD $\Rightarrow$ 2 : 2
1 : 1
1 : 1
} LCD = **2**

$2 \cdot \frac{x-1}{2} + 2 \cdot 1 > 2 \cdot x + 2 \cdot 1$

$x - 1 + 2 > 2x + 2 \Rightarrow \underset{-1}{x+1} > \underset{-1}{2x+2}$

$\Rightarrow \underset{-2x}{x} > \underset{-2x}{2x} - 1$

$\Rightarrow \frac{-x}{-1} > \frac{+1}{-1} \Rightarrow \boxed{x < -1}$

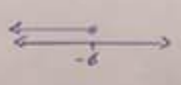
* عندما نضرب أو نقسم سالب نقلب الإشارة

39 solve each inequality and graph the solution

$\frac{-3x}{2} > 3 - x$

LCD = **2**

$2 \cdot \frac{-3x}{2} > 2 \cdot 3 - 2 \cdot x \Rightarrow \underset{+2x}{-3x} > 6 \underset{+2x}{-2x} \Rightarrow \frac{-x}{-1} > \frac{6}{-1}$

$\Rightarrow x < -6 \Rightarrow$ 

1.2

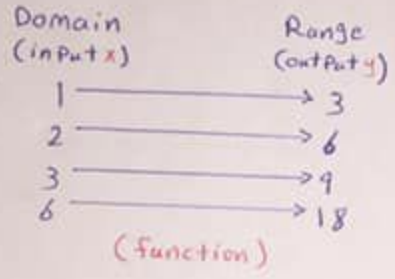
Functions

Alishtaya

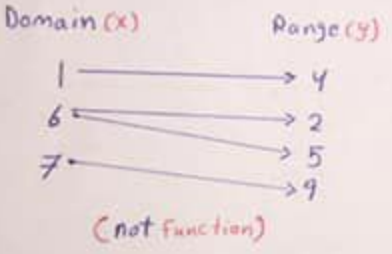
اقترانات

*A Function is a relation between tow sets (Domain مجال and Range مدى)
Such that every element in the domain their is only one element of the Range

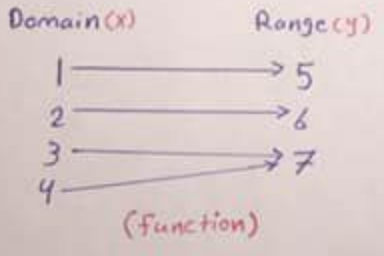
* الاقتران هو علاقة بين مجموعتين (المجال, المدى) . بحيث يكون كل عنصر في المجال عنصر واحد في المدى



* عبارة عن (Function) لأنه كل عنصر من X ارتبط بعنصر من y .



* ليس اقتران بسبب ارتباط عنصر من X بعنصرين من y .



* عبارة عن (Function) لأنه يسمح بارتباط عنصر من y بعنصرين من X .

1.2

(Function)

* يمكن تمثيل الـ (Function) على المحور الديكارتي

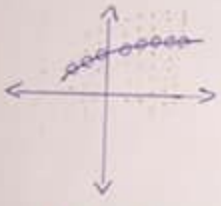
* هذه الرسمة عبارة عن Function لأنه كل عنصر من X
ارتبط بعنصر من Y .

* كيف نتأكد من أن الرسمة (Function) أم لا !! عن طريق الخطوط العمودية (Vertical Line)

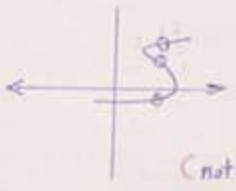
أولاً : نرسل خطوط عمودية على الرسمة .

ثانياً : اذا تلامس احدى الخطوط نقطة واحدة من الرسمة يحتبر (Function)

واذا تلامس بنقطتين أو أكثر يحتبر (not function)



(Function)



(not function)

Example: Find the domain

$f(x) = 2x + 1$

$f(3) = 2.(3) + 1 = \boxed{\neq}$

Example: Find the domain

$f(x) = 5x$

$\Rightarrow$ allrealnumber $\Rightarrow (-\infty, \infty)$

* الجواب هو كل عدد ممكن أوضعه مكان X
ويطلع الناتج Realnumber
فهذا يعني أن الجواب $(-\infty, \infty)$

Example: Find the domain

① $f(x) = \frac{1}{x-2}$

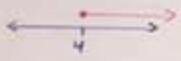
Domain $D = (-\infty, \infty) - \{2\}$

* هنا بحذر جميع الاعداد الحقيقية ماعدا 2 {2}
. لأنه $2-2=0$ وهنا لا يجوز لأن المقام لا يمكن أن يساوي صفر

② $f(x) = \sqrt{x-4}$

$D: \ x-4 \geq 0 \ \xrightarrow{+4} \ x \geq 4$

* هنا يوجد $\sqrt{}$ ولا يسمح أن يكون تحت الجذر
. عدد سالب ولكن يسمح أن يكون 0 فلهذا وضعنا [



③ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$

$D: \ x-4 > 0 \ \xrightarrow{+4} \ x > 4$

* هنا يوجد $\sqrt{}$ ولكن موجود في المقام فلهذا لا يسمح
أن يكون عدد سالب تحت الجذر ولا صفر لأنه بالمقام
. فلهذا وضعنا (

④ $f(x) = \sqrt[3]{x-4}$

$D = (-\infty, \infty)$

* هنا يوجد جذر تكعيبي ويسمح أن يكون عدد سالب تحت الجذر

⑤ $f(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x-4}}$

* هنا جذر تكعيبي ولكنه بالمقام فلهذا يسمح أن يكون صفر

$D = (-\infty, \infty) - \{4\}$

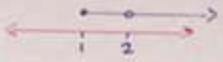
⑥ $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$

① $x-1 \geq 0$ ⇒ $\boxed{x \geq 1}$

② $x-2 > 0$ ⇒ $\boxed{x > 2}$

* هنا يوجد فرعين للحل أول فرع للبسط وثاني فرع للمقام ونجمع الحلين في رسمة واحدة

$D = [1, \infty) - \{2\}$ ⇒



Example: If $f(x) = 3x+3$ and $g(x) = 8-2x$

Find the following

① $(f+g)(x)$

⇒ $f(x) + g(x)$ ⇒ $3x+3 + 8-2x$ ⇒ $\boxed{x+11}$

② $(f+g)(2)$

⇒ $f(2) + g(2)$ ⇒ $3.(2) + 8 - 2.(2)$ ⇒ $6+3+8-4$

⇒ $\boxed{9+4 = 13}$

* هنا نعوض بكل x العدد 2 .

③ $(f \cdot g)(x)$

⇒ $f(x) \cdot g(x)$ ⇒ $(3x+3) \cdot (8-2x)$

⇒ $24x - 6x^2 + 24 - 6x$

⇒ $18x - 6x^2 + 24$

④ $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$\frac{f(x)}{g(x)}$ ⇒ $\boxed{\frac{3x+3}{8-2x}}$

⑤ $(Fog)(x)$

$\Rightarrow F(gx)$ * هنا بنوعض (gx) مكان X في معادلة (Fx)

$\Rightarrow 3.(8-2x)+3$

$\Rightarrow 24-6x+3 \Rightarrow \boxed{27-6x}$

⑥ $(gof)(x)$

$\Rightarrow g(fx)$ * هنا بنوعض (fx) مكان X في معادلة (gx)

$\Rightarrow 8-2.(3x+3)$

$\Rightarrow 8-(6x+6)$

$\Rightarrow 8-6x-6 \Rightarrow \boxed{2-6x}$

⑦ $(FoF)(x)$

$\Rightarrow F(fx)$ * هنا بنوعض (fx) مكان X في معادلة (Fx)

$\Rightarrow 3.(3x+3)+3$

$\Rightarrow 9x+9+3 \Rightarrow \boxed{9x+12}$

⑧ $(F.f)(x)$ أو $F^2(x)$

$\Rightarrow (3x+3).(3x+3)$

$\Rightarrow 9x^2+9x+9x+9 \Rightarrow \boxed{9x^2+18x+9}$

* ممكن نستنتج أنه (FoF) ليست تساوي $(F.F)$

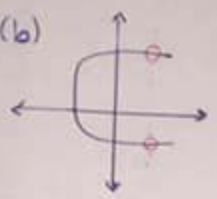
1.2 حل أوت لاين

Ali Shtaya

الأسئلة المطلوبة هي 5, 12, 27, 29, 31, 32, 35, 40

5

(b)



(not function) لأن الخط العمودي تقاطع في نقطتين من الرسمة

(a)

(function)

12 $f(x) = 17 - 6x$

(a) $f(-3) \Rightarrow 17 - 6\cdot(-3) = 17 + 18 = \boxed{35}$

(b) $f(1) \Rightarrow 17 - 6(1) = f(1) = 17 - 6 \Rightarrow \boxed{11}$

(c) $f(10) \Rightarrow 17 - 6\cdot(10) = f(10) = 17 - 60 \Rightarrow \boxed{-43}$

(d) $f(\frac{2}{3}) \Rightarrow 17 - 6\cdot(\frac{2}{3}) = f(\frac{2}{3}) = 17 - \frac{12}{3_1} \Rightarrow f(\frac{2}{3}) = 17 - 4 = \boxed{13}$

27 $y = x^2 + 4$

d = ALL real number $(-\infty, \infty)$

r = // // // $(-\infty, \infty)$

* يمكن تعويض جميع الاعداد الحقيقية

29 $y = \sqrt{x+4}$

$x + 4 \geq 0$ (−4 −4) $\Rightarrow \boxed{x \geq -4}$

* يجب أن لا يكون العدد تحت الجذر عدد سالب

$d = x \geq -4 \Rightarrow [-4, \infty)$

outline

(31) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ ⇒ حل السؤال في ص٧ من تلخيص 1.2

(32) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+3}}$

$x+3 > 0$ ⇒ $\boxed{x > -3}$ ⇒ $D = (-3, \infty)$

(35) $f(x) = 3x$, $g(x) = x^3$

(a) $(f+g)(x) \Rightarrow f(x)+g(x) = \boxed{3x+x^3}$

(b) $(f-g)(x) \Rightarrow f(x)-g(x) = \boxed{3x-x^3}$

(c) $(f \cdot g)(x) \Rightarrow f(x) \cdot g(x) = 3x \cdot x^3 = \boxed{3x^4}$

(d) $(\frac{f}{g})(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow \frac{3x}{x^3} \Rightarrow \boxed{\frac{3}{x^2}}$

(40) $f(x) = 3x$, $g(x) = x^3 - 1$

(a) $(f \circ g)(x) \Rightarrow f(3x) \Rightarrow 3.(x^3-1) \Rightarrow \boxed{3x^3-3}$

(b) $(g \circ f)(x) \Rightarrow g(fx) \Rightarrow (3x)^3 - 1 \Rightarrow \boxed{27x^3-1}$

(c) $f(fx) \Rightarrow 3.(3x) \Rightarrow \boxed{9x}$

(d) $f^2(x) \Rightarrow 3x.3x \Rightarrow \boxed{9x^2}$

* نستنتج أن $f^2(x) \neq f(fx)$

1.3 Alishtaya

Linear functions: اقتران خطي

* شكل الإقتران ⇐ $y=mx+b$

* m, b any real number

* m, b عبارة عن أي أعداد حقيقية

أمثلة على إقترانات خطية =*

① $y=2x+6$

② $y=-5x-1.5$

③ $y=\frac{1}{3}x+10$

④ $2x+2y=4$

⊗ ④ هي اقتران و لكن يجب أن نعيدها $y=mx+b$

فنبسط ⇐ $\frac{2x+2y=4}{-2x}$ ⇐ $\frac{2y=4-2x}{2}$ ⇐ $y=2-x$

---

* عندما نريد أن نرسم Linear function على المستوى الديكارتي نحتاج إلى نقطتين =:

① x-intercept $(x,0)$ * لكي نجد x نجعل $y=0$

② y-intercept $(0,y)$ * لكي نجد y نجعل $x=0$

Example:- graph the Linear function

① $y=2x+4$

① x-intercept $(-2,0)$

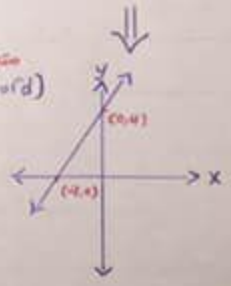
$\Rightarrow \frac{0}{-4}=\frac{2x+4}{-4} \Rightarrow \frac{-4}{2}=\frac{2x}{2} \Rightarrow x=-2$

② y-intercept $(0,4)$

$\Rightarrow y=2.0+4 \Rightarrow y=4$

* بعد إيجاد النقاط نضعها على المستوى الديكارتي

متصاعدة ومتزايدة (upword)



* الرسمة عبارة (upword) لأنه عندما أتحرك من اليسار الى اليمين (⇒) الاقتران متصاعد

* أو بطريقة أخرى نستطيع أن نعرف اذا الاقتران متصاعد من خلال m وهو معامل x وهو نفسه الميل فإذا كان موجب يكون الاقتران متصاعد أما إذا كان سالب يكون متناقص متنازل وهنا 2 موجب لهذا (upword)

② $y = 3 - 6x$

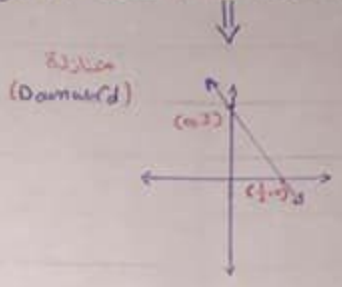
① x-intercept $(\frac{1}{2}, 0)$

$\Rightarrow \frac{0}{-3} = \frac{3}{-3} - \frac{6x}{-3} \Rightarrow \frac{-3}{-6} = \frac{-6x}{-6} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$

② y-intercept $(0, 3)$

$\Rightarrow y = 3 - 6.(0) \Rightarrow \boxed{y = 3}$

* بعد إيجاد النقاط نضعها على المستوى الديكارتي



* الرصة عبارة عن (Downward) لأنه عندما أتحرك من اليسار الى اليمين الإقتران يتناقص

أو عن طريق الـ m فهنا = -6 سالبة بمعنى ذلك أن الاقتران متناقص، متناقص

---

* Slope = Rate of change

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

* الميل = معدل التغير

$\text{Slope} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ⇐ القانون

Example:- find the slope of Line (AB) Passing thrigh $(-2,1)$ $(4,3)$

$\text{Slope} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-1}{4-(-2)} = \frac{2}{6} \Rightarrow \boxed{\text{Slope} = \frac{1}{3}}$

Example: writing equation of Line

① Slope (m), Point from (x_1, y_1)

كتابة معادلة الخط المستقيم حسب المعطيات اذا اعطانا ميل ونقطة

نستخدم القانون الذي ⇐ $y - y_1 = m(x - x_1)$

Example ⇒ Slope = 4 , $(-2,1)$

$y - 1 = 4(x - (-2)) \Rightarrow y - 1 = 4x + 8 \Rightarrow \boxed{y = 4x + 9}$ معادلة الخط المستقيم

* اذا أردنا أن نتحقق من أن حلنا صحيح ننظر الى معامل X فإذا كان قيمة الـ Slope المعطى في السؤال يكون حلنا صحيح

⇒

كتابة معادلة الخط المستقيم حسب المعطيات اذا أعطانا ميل و y-intercept

② Slope , y-intercept
(m) (0,y)

* عندما يعطيني في السؤال y-intercept مباشرة أعلم أن $x = 0$ (لماذا؟)

* نستخدم القانون الآتي ⇐ $y = mx + b$ بحيث b هي نفسها y المعطاة في السؤال

Example ⇒ Slope = 4 and y-intercept = 7

* يمكننا استعمال القانون الأول وسوف نحصل على ناتج واحد

ولكن في هذا السؤال نعوض مباشرة لأسهل

نعوض في القانون ⇒ $\boxed{y = 4x + 7}$

Example: write the equation of the Line that Pass through (-2,1), (4,3)

مثال: اكتب معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين

* هنا لم يعطني السؤال الـ Slope فيجب علي أن أجد ومن ثم أضعها في معادلة الخط

$$\text{Slope} = \frac{3-1}{4-(-2)} \Rightarrow \frac{2}{6} \Rightarrow \boxed{\text{Slope} = m = \frac{1}{3}}$$

* ومن ثم أختار أي نقطة من السؤال لـ نعوض وأعوض الـ Slope و النقطة بالقانون

$$y - 3 = \frac{1}{3}(x - 4) \Rightarrow y - \frac{3}{+3} = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3} + \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}}$$

---

* Horizontal Line خط أفقي

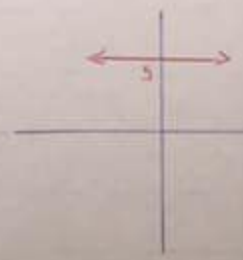
Slope = 0

$y = b$

في الخط الأفقي يكون الـ $\text{Slope} = 0$

وتكون معادلة الخط المستقيم على شكل $\boxed{y = b}$

بحيث b أي عدد حقيقي



مثلاً ⇐ $y = 5$

⇒

*Vertical Line خط عمودي

Slope = undifined

X = عدد حقيقي

في الخط العمودي يكون الـ Slope = undifined

ويكون معادلة الخط المستقيم على شكل [x = عدد حقيقي]

مثلاً x = -4

Ex: write the equtions of the line pass throgh (7,6), Slope = 0

لأن الـ Slope هنا = 0 فهذا يعني أن الخط Horizontal ومعادلته هي [y = b]

[y = 6] ⇐

Example: write the equation of the Line pass thrgh (7,6), Slope = undifind

لأن الـ Slope هنا = undifinde فهذا يعني أن الخط Vertical ومعادلته هي [x = عدد حقيقي]

[x = 7] ⇐

---

* Two Lines L_1, L_2 are Parallel if and only if their slope are equal

* خطين متوازيين إذا كان الـ Slope متساوي بينهم يكون الخطين متوازيين

L_1 & m_1

L_2 & m_2 [$m_1 = m_2$]

---

* A Line L_1 with slope $m \neq 0$ is perpendicular to Line$_2$ if and only if slope of Line$_2$ equal to $\frac{-1}{m}$

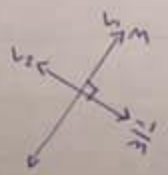
* خطين متعامدين يجب أن يكونوا زاوية قائمة

وحاصل ضرب m_1 في m_2 يساوي -1

* إذا طلع عندك بنكتب no relation ship لا توجد علاقة

مثلاً $m_1 = 5$ ما تابع m_2 »

[$m_2 = \frac{-1}{5}$]



⇒

إذا لم يكن الخطين متوازيين ولا متعامدين نكتب ⇐ (no relation ship)

Example: what is the relation ship between the to Lines?

مثال: ماالعلاقة بين الخطين؟

$L_1: 5x-2y=4$

$L_2: 10x-4y=11$

أولاً: نجعل المعادلات على شكل $(y=mx+b)$

$L_1: \underset{-5x}{5x}-2y=\underset{-5x}{4} \Rightarrow \frac{-2y}{-2}=\frac{4}{-2}-\frac{5x}{-2} \Rightarrow (y=-2+\frac{5}{2}x)$

$L_2: \underset{-10x}{10x}-4y=\underset{-10x}{11} \Rightarrow \frac{-4y}{-4}=\frac{11}{-4}-\frac{10x}{-4} \Rightarrow (y=\frac{-11}{4}+\frac{5}{2}x)$

ثانياً: نجد الميل في كلا الخطين من خلال معامل x

$L_1 \Rightarrow \boxed{m_1=\frac{5}{2}}$

$L_2 \Rightarrow \boxed{m_2=\frac{5}{2}}$

ثالثاً: نستنتج العلاقة بين الخطين من خلال m_1 و m_2

$m_1=m_2 \Rightarrow (\text{Parallel})$

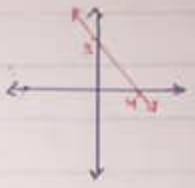
∴ الخطين متوازيين لأن $m_2=m_1$

1.3 outline Alishtaya

- حل اسئلة أوت لاين
- الأسئلة المطلوبة 1, 7, 11, 12, 15, 16, 17, 19, 21, 23, 23, 29, 33, 34, 35, 39, 40, 41, 43, 45

① $3x+4y=12$

- x-intercept $\Rightarrow 3x+4.(0)=12 \Rightarrow \frac{3}{3}x=\frac{12}{3} \Rightarrow \boxed{x=4}$ $(4,0)$
- y-intercept $\Rightarrow 3.(0)+4y=12 \Rightarrow \frac{4y}{4}=\frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{y=3}$ $(0,3)$



⑦ find the slope : $(3,-1)$, $(-1,1)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2)

slope $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow \frac{1-(-1)}{-1-3} \Rightarrow \frac{2}{-4} = \boxed{\frac{-1}{2}}$

⑪ if a line is horizontal then its slope is 0

⑫ if a line is vertical then its slope is undifined

⑮ a ⇒ slope ⇒ negative , b ⇒ slope ⇒ undifined

⑯ a ⇒ slope ⇒ 0 , b ⇒ slope ⇒ Posative

⑰ $y=\frac{7}{3}x-\frac{1}{4}$

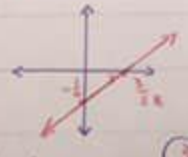
slope $=\frac{7}{3}$, y-intercept $=\frac{-1}{4} \Rightarrow (0,\frac{-1}{4})$

حتى أرسم لازم أجيب الـ x-intercept

$0=\frac{7}{3}x-\frac{1}{4}$ (+1/4 , +1/4)

$\frac{1}{4}=\frac{7}{3}x$ ($\frac{7}{3}$, $\frac{7}{3}$)

$\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{7}=x$ ⇐ $\boxed{\frac{3}{28}=x}$ ⇐ $(\frac{3}{28},0)$

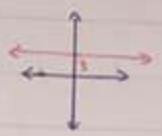


1.3

outLine

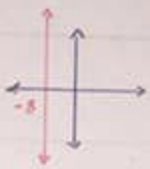
(19) $y = 3$

Slope = 0 , $y = 3$



(21) $x = -8$

slope = undifind , $y = 0$



(23) $2x + 3y = 6$ $\Rightarrow \frac{3y}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2x}{3} \Rightarrow y = 2 - \frac{2}{3}x$

slope $= -\frac{2}{3}$, $y = 2$

x-intercept: $\frac{0}{-2} = \frac{2}{-2} - \frac{\frac{2}{3}x}{-2}$

$\Leftarrow \frac{-2}{\frac{-2}{3}} = \frac{-\frac{2}{3}x}{\frac{-2}{3}} \Leftarrow \frac{3}{-2} \cdot -2 = x \Leftarrow$ 3 = x $\Leftarrow$ (3,0)

y-intercept $\Rightarrow y = 2 - \frac{2}{3} \cdot (0) \Rightarrow$ y = 2 $\Rightarrow$ (0,2)

(25) slope $= \frac{1}{2}$, $y = -3$ $\Rightarrow y = mx + b$

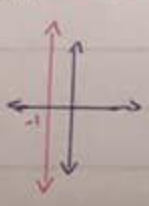
$y = \frac{1}{2}x - 3$

(29) (2,0) , slope $= -5$

$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = -5(x - 2) \Rightarrow$ $y = -5x + 10$

(33) (-1,1) with undifind slope

$x = -1$



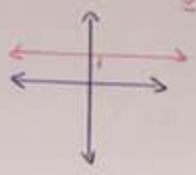
outLine

(34) (1,1), slope = 0

$y = 1$

* عندما يكون الميل = 0

يكون الخط Horizontal أفقي



(35) (3,2), (-1,-6)

$$\text{slope} = \frac{-6-2}{-1-3} \Rightarrow \frac{-8}{-4} \Rightarrow \boxed{\text{slope} = 2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

* ويختار اي نقطة للتعويض

$$y - 2 = 2(x - 3) \Rightarrow y - 2 + 2 = 2x - 6 + 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x - 4}$$

(39)

$3x + 2y = 6$ (-3x, -3x)

$2y = 6 - 3x$ (÷2)

$y = 3 - \frac{3}{2}x$

$m_1 = -\frac{3}{2}$

$2x - 3y = 6$ (-2x, -2x)

$-3y = 6 - 2x$ (÷-3)

$y = -2 + \frac{2}{3}x$

$m_2 = \frac{2}{3}$

$m_1 \cdot m_2 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{-1}$

* المعادلتين متعامدتين

Are Perpendicular *

* لأن حاصل ضرب الميلين = -1

(41)

$6x - 4y = 12$ (-6x, -6x)

$-4y = 12 - 6x$ (÷-4)

$y = -3 + \frac{3}{2}x$

$m_1 = \frac{3}{2}$

$3x - 2y = 6$ (-3x, -3x)

$-2y = 6 - 3x$ (÷-2)

$y = -3 + \frac{3}{2}x$

$m_2 = \frac{3}{2}$

$m_1 = m_2$

are Parallel

1.5 Solution of systems of Linear equations

Ali Shtaya

1.5 حل نظام المعادلات الخطية

① Graph بواسطة الرسم

Example: Solve the Linear equation by Graph

$L_1: 3x+4y=1$

$L_2: 2x-3y=12$

أولاً: نجد x-intercept و y-intercept لكل خط لكي نرسمهم

$3x+4y=1$ المعادلة الأولى

- x-intercept $= 3x+4\cdot0=1 \Rightarrow \frac{3x}{3}=\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{3}} \Rightarrow (\frac{1}{3},0)$
- y-intercept $= 2\cdot0+4y=1 \Rightarrow \frac{4y}{4}=\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{y=\frac{1}{4}} \Rightarrow (0,\frac{1}{4})$

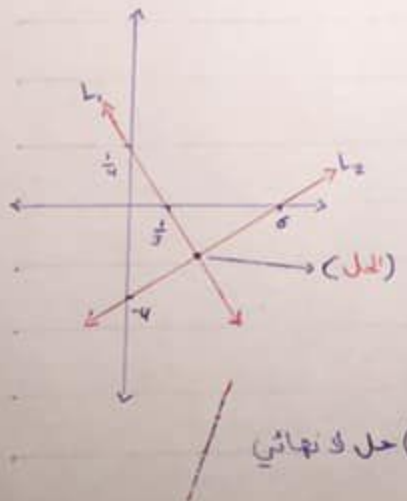
نقاط أول خط

$2x-3y=12$

- x-intercept $= 2x-3\cdot0=12 \Rightarrow \frac{2x}{2}=\frac{12}{2} \Rightarrow \boxed{x=6} \Rightarrow (6,0)$
- y-intercept $= 2\cdot0-3y=12 \Rightarrow \frac{-3y}{-3}=\frac{12}{-3} \Rightarrow \boxed{y=-4} \Rightarrow (0,-4)$

نقاط ثاني خط

ثانياً: نرسم الخطين على المستوى الديكارتي



* اذا تقاطع الخطين يكون الحل نقطة التقاطع ← one solution

ولكن بسبب عدم دقة الرسم قد نستطيع تحديد نقطة التقاطع.

* إذا كانا الخطين متوازيين ← لا يوجد حل (no solution)

* اذا كان الخطين مثل بعض يكون الحل (infinity many solution) حل لا نهائي

② Substiuiton التعويض

Example: Solve the Linear equation by Substiuition

$L_1: -8x+2y=-12$

$L_2: 5x+3y=-1$

أولاً نجعل L_1 على شكل $y=mx+b$.

$$-8x+2y=-12 \xrightarrow[+8x]{} 2y=8x-12 \xrightarrow[2]{} y=4x-6$$

ثانياً: نعوض المعادلة الناتجة ($y=4x-6$) في الخط الثاني حتى نعرف قيمة X

$$5x+3.(4x-6)=-1 \Rightarrow 5x+3.4x-3.6=-1 \Rightarrow 5x+12x-18=-1$$

$$\Rightarrow 17x-18=-1 \xrightarrow[+18]{} 17x=17 \xrightarrow[17]{} x=1$$

ثالثاً: نعوض قيمة X الناتجة في المعادلة ($y=4x-6$) حتى نحصل على قيمة y

$$\Rightarrow y=4.(1)-6$$

$$\Rightarrow y=4-6 \Rightarrow y=-2$$

الجواب = $(\underset{x}{1},\underset{y}{-2})$

* للإطلاع ↓

إذا أردنا أن نتحقق من أن حلنا صحيح نعوض الجواب في أحد معادلتي الخطوط

$L_1: -8x+2y=-12 \Rightarrow -8.(1)+2.(-2)=-12 \Rightarrow -8-4=-12 \Rightarrow -12=-12$

* الحل صحيح لأن $-12=-12$

③ Elimination الحذف

Example: Solve the linear equation by Elimination

① $2x-5y=4$

$x+2y=3$

* نضرب المعادلة الثانية بـ (-2) حتى نتخلص من المتغير x ونعدلة للمتغير y

$2x-5y=4$ $\Rightarrow$ $2x-5y=4$

$+(x+2y=3)\cdot -2$ $+\ -2x-4y=-6$

$-9y=-2 \Rightarrow \frac{-9y}{-9}=\frac{-2}{-9} \Rightarrow \boxed{y=\frac{2}{9}}$

* نعوض ناتج المتغير y في إحدى المعادلات لكي نجد قيمة x

$2x-5.(\frac{2}{9})=4 \Rightarrow 2x-\frac{10}{9}=4$

* نضرب المعادلة جميعها بـ 9 حتى نتخلص من المقام

$(2x-\frac{10}{9}=4).9$

$\Rightarrow 9.2x-9.\frac{10}{9}=4.9 \Rightarrow 18x-10=36 \Rightarrow \frac{18x}{18}=\frac{46}{18}^{23}_{9} \Rightarrow \boxed{x=\frac{23}{9}}$

الجواب $=(\frac{23}{9},\frac{2}{9})$

---

② $4x+3y=4$ $\Rightarrow$ $-2(4x+3y=4)$ $\Rightarrow$ $-8x-6y=-8$

$8x+6y=18$ $8x+6y=18$ $+\ 8x+6y=18$

$0=10$

* لا يوجد حل (no solution) لأنه $0\neq 10$

* نستنتج أن الخطين متوازيين

$\Rightarrow$

③ $4x+3y=4$
$8x+6y=8$

$\Rightarrow$ $-2(4x+3y=4)$
$+\ 8x+6y=8$

$\Rightarrow$ $-8x-6y=-8$
$+\ 8x+6y=8$
$0=0$

* الحل = حل لا نهائي (infinity many solutions) $\Leftarrow (-\infty,\infty)$

2.1 Quadratic equation.

ALiShtaya

2.1 المعادلات التربيعية

$aX^2+bX+C=0$ ⇒ شكل الاقتران التربيعي

*) If a, b, c real number if $a \neq 0$ Becase equation not Linear

a, b, c أعداد حقيقية ولكن $\boxed{a \neq 0}$ حتى لا يصبح الاقتران خطي.

أمثلة على إقترانات خطية

① $X^2-3X+2=0$

② $4X^2-9=0$

③ $X^2-X-6=0$

* حل المعادلات التربيعية يكون بطريقتين ⇐ Factoring (التحليل) و Quadratic formula (القانون العام).

Examples Solve the quadratic equation by factoring

① $X^2-3X+2=0$

⇒ $(X\ )(X\ )=0$ أولاً: نفتح أقواس ونضع الـ X في كلا القوسين

⇒ $(X-2)(X-1)=0$ ثانياً: نجد العددين اللذين حاصل ضربهم c وناتج جمعهم b

ثالثاً: نوجد X في كلا القوسين

$X-2=0 \xrightarrow{+2} \boxed{X=2}$

$X-1=0 \xrightarrow{+1} \boxed{X=1}$

→ Solutions: 1, 2

$(2-2).(1-1)=0$. واذا أردنا أن نتحقق نعوض الناتج في الاقواس

$\Rightarrow 0.0=0$ *الحل صحيح لأن $\boxed{0=0}$

$\Rightarrow 0=0$

⇒

② $4x^2 - 9 = 0$

الطريقة الأولى

$\Rightarrow (2x)^2 - (3)^2 = 0$

$\Rightarrow (2x-3)(2x+3) = 0$

$\Rightarrow 2x - 3 = 0 \quad (+3) \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$

$\Rightarrow 2x + 3 = 0 \quad (-3) \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-3}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{-3}{2}}$

$\Rightarrow$ Solution: $\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}$

الطريقة الثانية

$4x^2 - 9 = 0 \quad (+9)$

$\Rightarrow \frac{4}{4}x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{9}{4}}$

$\boxed{x = \pm \frac{3}{2}}$

القانون العام

Examples Solve the Quadratic equation by Quadratic formula

$ax^2 + bx + c = 0$ شكل الاكثران

القانون العام $\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

* قبل أن نعوض في القانون العام نوجد ما يسمى discriminat
* discriminat عبارة عن قانون لمعرفة كم حل سوف ينتج
* discriminat $\Leftarrow (b^2 - 4ac)$
* اذا كان discriminat موجب سوف ينتج حلين
* // // سالب سوف ينتج (nosolution) لا يوجد حل
* // // صفر سوف ينتج حل واحد ودون أن نحتاج القانون العام نوجد في القانون $(\frac{-b}{2a})$ ونحصل على الجواب النهائي

① $x^2 + x + 1 = 0$

أولاً نجد a, b, c

$a = 1, b = 1, c = 1$

ثانياً: نجد discriminat

$d = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow d = 1 - 4 \Rightarrow \boxed{d = -2}$

ثالثاً: بما أن دون أن نوجد في القانون العام الجواب = (nosolution) لا يوجد حل

لأن $\boxed{-2}$ = discriminat

② $x^2 - x - 6 = 0$

$a=1,\ b=-1,\ c=-6$

* أولاً: نجد a, b, c

$d = -1^2 - 4.1.-6 \Rightarrow d = 1 + 24 \Rightarrow \boxed{d = 25}$

* ثانياً: نجد discriminat

$X = \frac{-1 \pm \sqrt{-1^2 - 4.1.6}}{2.1}$

* ثالثاً: نعوض a, b, c في القانون العام لكي نجد الحلين

$\boxed{X = \frac{1 \mp \sqrt{25}}{2}} \Rightarrow X_1 = \frac{1+5}{2} \Rightarrow \boxed{X_1 = 3}$

$\Rightarrow X_2 = \frac{1-4}{2} \Rightarrow \boxed{X_2 = -2}$

$\Rightarrow$ solutions: 3, -2

③ $x^2 + 4x + 4 = 0$

$a=1,\ b=4,\ c=4$

$d = 4^2 - 4.1.4 \Rightarrow d = 16 - 16 \Rightarrow \boxed{d = 0}$

* هنا discriminat = 0 إذا نستعمل القانون $\boxed{\frac{-b}{2a}}$

$X = \frac{-4}{2.1} \Rightarrow \boxed{X = -2}$

2.1

حل أوت لاين ALishtaya

الأسئلة المطلوبة 1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 18, 22, 26, 30, 41, 42, 43

① $2x^2+3 = x^2-2x+4$ $\Rightarrow x^2+3 = -2x+4$

$\Rightarrow \boxed{x^2+2x-1=0}$

② $(y+1)(y+2)=4$

$y^2+2y+y+2=4$

$y^2+3y+2=4 \Rightarrow \boxed{y^2+3y-2=0}$

⑤ Solve each equation by factoring

$x^2-4x-12 \Rightarrow x^2-4x-12=0$

$(x-6)(x+2)=0 \Rightarrow \boxed{x=6,-2}$

⑦ $9-4x^2=0$

$3^2-(2x)^2=0 \Rightarrow 3-2x=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

$(3-2x)(3+2x)=0$ $3+2x=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{2}$

⑨ $x=x^2$

$\Rightarrow x^2-x=0$ * نخرج x عامل مشترك

$x(x-1)=0$

$x=0$

$x-1=0$

$\boxed{x=0,1}$

2.1 outLine

(13) using the quadratic formula

$x^2 - 4x - 4 \Rightarrow x^2 - 4x - 4 = 0$

$a = 1$

$b = -4$

$c = -4$

$d = b^2 - 4ac$

$= 16 - 4(1).(4)$

$= 16 + 16 = 32 > 0$ (2 solution)

* يوجد حلين لأن 32 موجب

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{32}}{2} \Rightarrow \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2}$

$= \sqrt{16} \cdot \sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

$x_1 = \frac{4 + 4\sqrt{2}}{2} = 2 + 2\sqrt{2}$

$x_2 = \frac{4 - 4\sqrt{2}}{2} = 2 - 2\sqrt{2}$

(15) $2w^2 + w + 1 = 0$

$a = 2, b = 1, c = 1$

$d = b^2 - 4ac$

$= 1^2 - 4(2).(1) \Rightarrow 1 - 8$

$d = -7 < 0$ no solution

* لا يوجد حل لأن d سالب

(18) $z^2 = 12$ or $z^2 - 12 = 0$

$\sqrt{z^2} = \sqrt{12}$ $(z - \sqrt{12})(z + \sqrt{12}) = 0$

$z = \pm\sqrt{12}$ $z = -\sqrt{12}$ الحل على الأرقمين لديترق

$z = \sqrt{12}$

5

(22) $(x+1)^2 = 2$

$x^2+2x+1 = 2$ $\Rightarrow x^2+2x-1=0$

$a=1, b=2, c=-1$

$\Rightarrow d = b^2-4ac$

$= 4-4(1)(-1)$

$= 4+4 \quad d=8$ (2 solution)

نستعمل القانون $\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$

$\sqrt{8} = \sqrt{4.2}$

$\Rightarrow \sqrt{4}.\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2}$

$x_1 = \frac{-2+2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_1 = -2+\sqrt{2}$

$x_2 = \frac{-2-2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_2 = -2-\sqrt{2}$

(26) $\frac{y^2}{2} - \frac{11}{6}y + 1$

LCD = 2 : 2
6 : 2.3 $\Rightarrow$ LCD = 2.3 $\Rightarrow$ 6

$\frac{3}{6}.\frac{y^2}{2_1} - \frac{1}{6}.\frac{11}{6_1}y + 6.1 = 6.0$

$3y^2 - 11y + 6 = 0$

$a=3, b=-11, c=6$

$\Rightarrow d = b^2-4ac$

$d = 121-4.(3).(6)$

$= 121-72$

$= 49 > 0$

$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{49}}{2.(3)}$

$x = \frac{11 \pm 7}{6}$

$x_1 = \frac{11+7}{6} \Rightarrow \frac{18}{6} \Rightarrow x_1 = 3$

$x_2 = \frac{11-7}{6} \Rightarrow \frac{4}{6} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$

(30) $(x-3)(1-x)=1$ outLine

$x-x^2-3+3x=1$

$-x^2+4x-3=1 \Rightarrow -x^2+4x-4=0 \Rightarrow x^2-4x+4=0$

$(x-2)(x-2)=0$

$\boxed{x=2}$

or

$-x^2+4x-4=0$

$a=-1, b=4, c=-4 \Rightarrow d=16-4(-1)(-4)$

$=16-16=0 \Rightarrow d=0$ (one solution)

$x=\frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-4}{2(-1)} \Rightarrow \boxed{2}$

(41) $\frac{x}{(x-1)} \cdot (x-1) = 2x\cdot(x-1)+\frac{1}{(x-1)}\cdot(x-1)$

LCD $=(x-1)$

$x = 2x^2-2x+1 \Rightarrow 0=2x-3x+1$

$a=2, b=-3, c=1$

$\Rightarrow d=9-4(2)(1)$

$=9-8=1>0$

(two solution)

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{1}}{2\cdot(2)} \Rightarrow x=\frac{3\pm1}{4}$

$x_1=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4} \Rightarrow \boxed{x_1=1}$

$x_2=\frac{3-1}{4} \Rightarrow \frac{2}{4} \Rightarrow \boxed{x_2=\frac{1}{2}}$

21

outline

(42) $\frac{5}{z+4} - \frac{3}{z-2} = 4$

$LCD = z+4 : (z+4)$
$z-2 : (z-2)$
$\Big\}$ $LCD = (z+4)(z-2)$

$\frac{5}{(z+4)} \cdot (z+4)(z-2) - \frac{3}{(z-2)} \cdot (z+4)(z-2) = 4 \cdot (z+4)(z-2)$

$5(z-2) - 3(z+4) = 4(z^2+2z-8)$

$\Rightarrow 5z - 10 - 3z - 12 = 4z^2 + 8z - 32$

$\Rightarrow \underset{-2z}{2z} \underset{+22}{-22} = \underset{-22}{4z^2+8z} \underset{+22}{-32}$

$\Rightarrow 0 = 4z^2 + 6z - 10$

$a=4, b=6, c=-10$

$\Rightarrow d = 36 - 4 \cdot 4 \cdot -10$
$= 36 + 160$
$d = 196 > 0$ (2 solution)

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{196}}{2(4)} \Rightarrow x = \frac{-6 \pm 14}{8}$

$x_1 = \frac{-6+14}{8} = \frac{8}{8} = \boxed{x_1 = 1}$

$x_2 = \frac{-6-14}{8} = \frac{-20}{8} = \boxed{x_2 = \frac{-5}{2}}$

(43) $(x+8)^2 + 3(x+8) + 2 = 0$

نعوض $\Rightarrow y = (x+8)$

$\Rightarrow y^2 + 3y + 2 = 0$

$(y+2)(y+1) = 0$

$y = -2 \Rightarrow \frac{-2}{-8} = \frac{x+8}{-8} \Rightarrow x = -10$

$y = -1 \Rightarrow \frac{-1}{-8} = \frac{x+8}{-8} \Rightarrow x = -9$

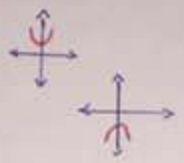
2.2 Quadratic Function

Ali shtaya

2.2 الاقترانات التربيعية

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$y = ax^2 + bx + c$



* طريقة رسم الاقتران التربيعي (Graph)

① نحدد a, b, c واذا كانت a موجبة تكون الرسمة (minimum)

واذا كانت a سالبة تكون الرسمة (maximum)

② نجد Vertex وهي نقطة الرأس $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

③ نجد Zeros وهي (x-intercept)

④ نجد (y-intercept)

⑤ نجد (optemal Level) وهي قيمة y من نقطة الرأس

⑥ نعين كل شي أوجدناه على المستوى الديكارتي ونرسم

Example: Graph $\Rightarrow y = x^2 + 2x - 3$

① $a = 1 \Rightarrow 1 > 0 \Rightarrow$ (minimum) upward

$b = 2$

$c = -3$

② Vertex $\left(\overset{x}{\frac{-b}{2a}}, f\left(\overset{y}{\frac{-b}{2a}}\right)\right)$

$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-2}{2 \cdot 1} \Rightarrow \boxed{x = -1}$

* Vertex $= (-1, -4)$

$y = f(x) \Rightarrow y = f(-1) = -1^2 + 2 \cdot (-1) - 3$

$\Rightarrow 1 + 2 + 3 \Rightarrow \boxed{y = -4}$

* نعوض (-1) في الاقتران لنحصل على قيمة y

⇒

③ Zeros (x-intercept)

$y = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x-1)(x+3) = 0$ $\quad x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$, $x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -3}$

$\boxed{x = 1, -3}$

④ y-intercept

$x = 0$

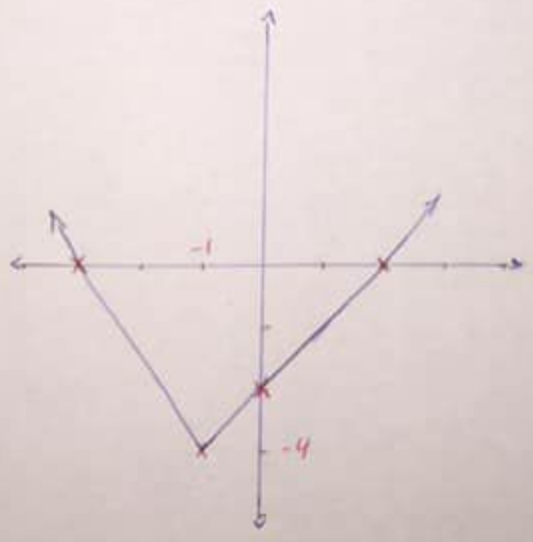
$\Rightarrow y = 0^2 + 2.0 - 3 \Rightarrow \boxed{y = -3}$

⑤ optimal Level

$\boxed{\text{Minimum} = -4}$

⑥

x نبدأ تعيين درس من نقطة الـ



Example: graph $\Rightarrow y = 6 - 4x - 2x^2$

① $a = -2 \Rightarrow -2 < 0 \Rightarrow$ (maximum) Downward

$b = -4$

$c = 6$

② Vertex $\left(\underbrace{\frac{-b}{2a}}_{x}, \underbrace{f\left(\frac{-b}{2a}\right)}_{y}\right)$

$x = \frac{-(-4)}{2 \cdot -2} \Rightarrow \frac{4}{-4} \Rightarrow \boxed{x = -1}$

$y = 6 - 4.(-1) - 2.(-1)^2 \Rightarrow \boxed{y = 8}$

$\Rightarrow$ Vertex $= (-1, 8)$

③ Zeros (x-intercept)

$\frac{0}{-2} = \frac{6}{-2} - \frac{4x}{-2} - \frac{2x^2}{-2} \Rightarrow 0 = -3 + 2x + x^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x+3)(x-1) = 0$

$x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -3}$

$x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

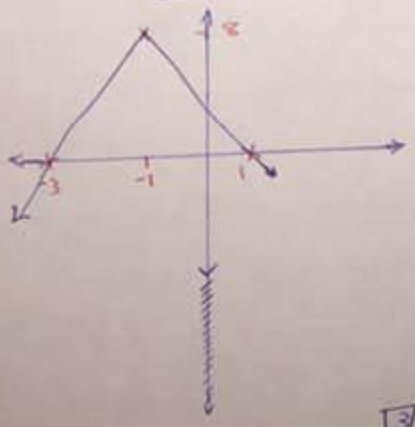
$\Rightarrow x = -3, 1$

④ y-intercept

$y = 6 - 4.(0) - 2.(0) \Rightarrow \boxed{y = 6}$

⑤ optimal value? $\boxed{\text{maximum} = 8}$

⑥



Example: graph $\Rightarrow y = x^2 - 2x + 1$

① $a = 1 \Rightarrow$ upward (minimum)

$b = -2$

$c = 1$

② Vertex

$x = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} \Rightarrow \boxed{x = 1}$

$y = 1^2 - 2(1) + 1 \Rightarrow \boxed{y = 0}$

→ Vertex $\Rightarrow (1, 0)$

③ Zeros

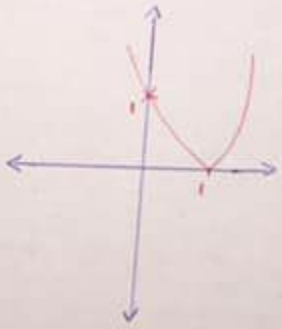
$x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

$(x-1)(x-1) = 0$

④ y-intercept

$y = 0^2 - 2(0) + 1 \rightarrow \boxed{y = 1}$

⑤ optimal value: $\boxed{\text{minimum} = 0}$



* من جهة اليمين لا يوجد نقاط.

لهذا نرسم كيف بدي

* من اليسار يجب أن أوصل بالنقطة y

$f(x)$ Vertex

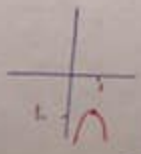
$(1, -1)$

downward

السؤال طالب اذا رسمنا هان الرسمة

هل يوجد تقاطع الجوان لا لأنه لا

للس محور السينات



2.2 outLine Alishtaya

حل أسئلة outline

الأسئلة المطلوبة ⇐ 2, 6, 8, 9

② $y = x^2 - 2x$

① $a = 1 > 0$ upward (minimum)

$b = -2$

$c = 0$

② vertex $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = (1, -1)$

$x = \frac{2}{2} = 1$ ← optemal value

$f(1) = 1^2 - 2(1) = -1$ optemal value = −1

③ zeros (x-intercept)

$y = 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$x = 0, 2$

$(0,0), (2,0)$

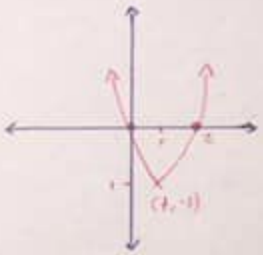
④ y-intercept

$x = 0 \Rightarrow y = 0^2 - 2(0)$

$y = 0$

$(0,0)$

⑤ optemal value = −1



⑥

~~④~~ $y = x^2 + 4x + 4$

① $a = 1 > 0$ (upward), $b = 4$, $c = 4$

② vertex $(-2, 0)$

$x = \frac{-4}{2} = -2$

$y = 4 - 8 + 4 = 0$

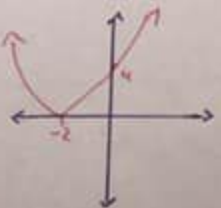
③ zeros $\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)(x+2) = 0$

$x = -2$

④ y-intercept $(0, 4)$

$y = 0^2 + 4.0 + 4 \Rightarrow y = 4$

⑤ optemal value = 0



2.2 outline

⑥ $f(x) = x^2 + 2x - 3$

① $a > 0$ $a = 1$ upward (minimum)

$b = 2$

$c = -3$

② vertex $(-1, -4)$ ← optimal value

$x = \frac{-2}{2} \Rightarrow \boxed{x = -1}$

$y = -1^2 + 2 \cdot -1 - 3 \Rightarrow \boxed{y = -4}$

③ zeros

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x+3)(x-1) = 0$

$\boxed{x = 1, -3}$

④ y-intercept $(0, -3)$

$y = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 \Rightarrow \boxed{y = -3}$

⑤ optimal value $= -4$

⑧ $y = -2x^2 + 18x$

① $a = -2 < 0$ downward (maximum), $b = 18$, $c = 0$

② vertex $(\frac{9}{2}, \frac{81}{2})$ → optimal value

$x = \frac{-18}{-4} = \frac{9}{2}$

$y = -2 \cdot (\frac{9}{2})^2 + 18 \cdot \frac{9}{2}$

$\boxed{y = \frac{81}{2}}$

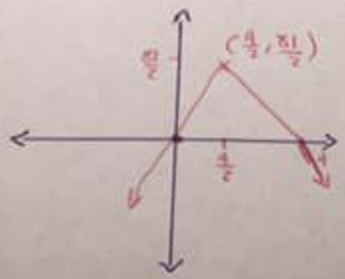
③ zeros $(y = 0)$

$-2x^2 + 18x = 0$

$-2x(x-9) = 0$

$\boxed{x = 0, 9}$ $(0,0), (9,0)$

⑤ optimal value $= \frac{81}{2}$



④ y-intercept $(x = 0)$

$y = -2 \cdot 0^2 + 18 \cdot 0 \Rightarrow y = 0$

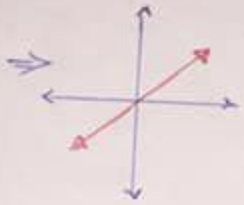
$(0, 0)$

2.4 special functionand their graphs

Alishtaya

* الرسمات حفظا من ١ الى ٩
* الرسمة ٥ مبنية على الكل

① $y = x$

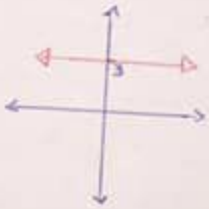


$y = -x$

---

② $y = c$

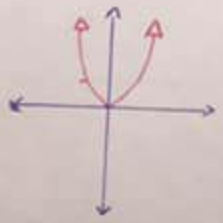
Exomble ⇒ $y = 3$



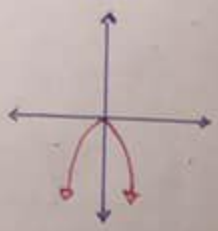
* c عبارة عن أي عدد حقيقي

---

③ $y = x^2$ (cupword)

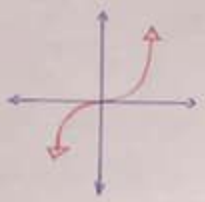


$y = -x^2$ (downword)



④ $y = x^3$

⇒



⑤ $y = \sqrt{x}$

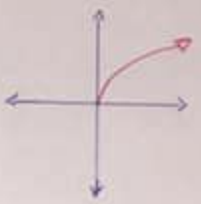
$y = x^{\frac{1}{2}}$

$y = \sqrt[3]{x}$

صعبوهن نفس الرسمة

كل الاعداد الزوجية مثل $\sqrt[4]{x}$ ، $\sqrt[6]{x}$

⇒



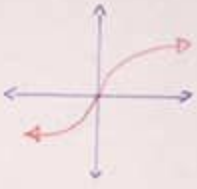
---

⑥ $y = \sqrt[3]{x}$

$y = x^{\frac{1}{3}}$

$y = \sqrt[3]{x}$ ← كل الاعداد الفردية

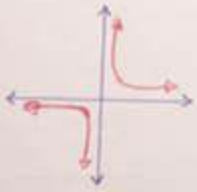
⇒



---

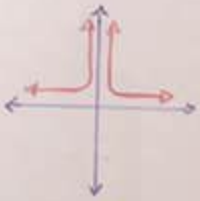
⑦ $y = \frac{1}{x}$

⇒



⑧ $y = \frac{1}{x^2}$

⇒

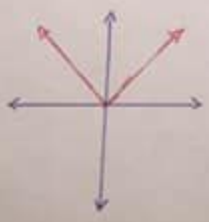


---

⑨ $y = |x|$

$|x|$ هي القيمة المطلقة

⇒



2.4

Shifting

الإزاحة

Graph

① $y = x^2$

② $y = (x-2)^2$ ← التغير نحو **اليمين** درجتين

③ $y = (x+2)^2$ ← التغير نحو **اليسار** درجتين

④ $y = x^2 - 2$ ← التغير نحو **الأسفل** درجتين

⑤ $y = x^2 + 2$ ← التغير نحو **الأعلى** درجتين

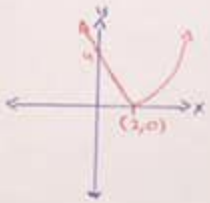
① $y = x^2$

⇒

* يحتوي على نقطة الأصل (الرأس) وهي التي توجد الإزاحة

② $y = (x-2)^2$

⇒



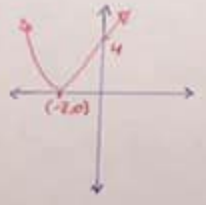
* إذا كان التغير داخل القوس تكون الإزاحة يمين أو يسار

* أجد y-intercept حتى أعلم أين سيقطع الاقتران محور y

$y = (0-2)^2 \Rightarrow \boxed{y = 4}$

③ $y = (x+2)^2$

⇒

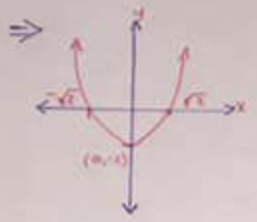


* أجد y-intercept حتى أعلم أين سيقطع الاقتران محور y

$y = (0+2)^2 \Rightarrow \boxed{y = 4}$

⇒

④ $y = x^2 - 2$

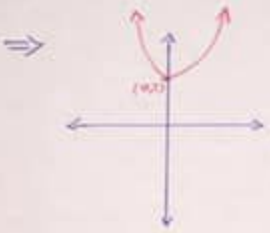


* يجب أن أجد x - intercept
حتى أعلم متى يتقاطع الاقتران مع محور X

$x^2 - 2 = 0$ $\Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{2}$

$\Rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{2}}$

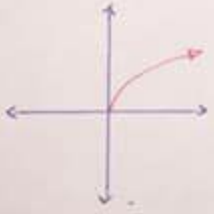
⑤ $y = x^2 + 2$



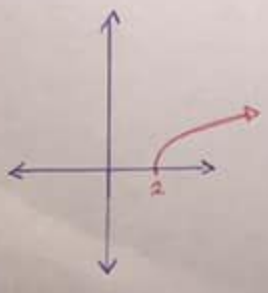
* ما يلزم أوجد نقاطا لأنه لا يوجد تقاطع

Example: Graph $y = \sqrt{x-2}$

* أول خطوة برسم $y = \sqrt{x}$



* ثاني خطوة بعمل الإزاحة حسب الاقتران $y = \sqrt{x-2}$



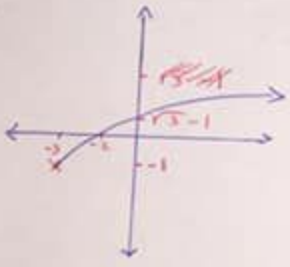
Examples Graph $\Rightarrow y=\sqrt{x+3}-1$

* أول خطوة برسم $y=\sqrt{x}$

* ثاني خطوة برسم $y=\sqrt{x+3}$

* يوجد y-intercept

$y=\sqrt{0+3} \Rightarrow \boxed{y=\sqrt{3}}$



* ثالث خطوة برسم $y=\sqrt{x+3}-1$

* يوجد X-intercept

$\sqrt{x+3}-1=0$
$+1 \quad +1$

$(\sqrt{x+3})^2=(1)^2$

$x+3=1 \Rightarrow x=-2$
$-3 \quad -3$

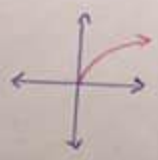
* يوجد y-intercept

$y=\sqrt{0+3}-1$

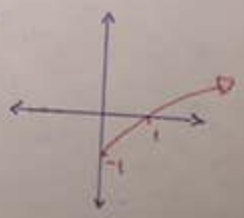
$\boxed{y=\sqrt{3}-1}$

Example graph $y=\sqrt{x}-1$

$y=\sqrt{x} \Rightarrow$



$y=\sqrt{x}-1 \Rightarrow$



* يجب أن أوجد x-intercept

$0=\sqrt{x}-1 \Rightarrow \boxed{x=1}$
$+1 \quad +1$

الدرسة العاشرة Piece wise Function

(اقتران متعدد القاعدة)

⑩ $f(x)=y=\begin{cases} x^2+1 , & x<2 \\ 4 , & x\geq 2 \end{cases}$

* رسمة بتجمع الاقترانين مع بعض

أولاً نرسم $x^2+1 , x<2$

* يجب أن نعرف ما صورة 2 من خلال تعويض 2 في x^2+1

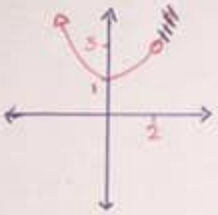
$2^2+1=5$

* النقطة (2,5) نعينها على المستوى الديكارتي على شكل دائرة مفتوحة ○ لأن $x<2$

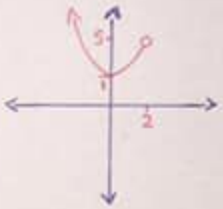
* رسمة الاقتران x^2+1 يجب أن تمر بالنقطة (2,5)

* نختار الرسمة التي أصغر من 2 حسب المطلوب $x<2$

* ونحذف الرسم الذي أكبر من 2



تمسح ⇒



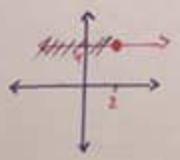
ثانياً نرسم $4 , x\geq 2$

* صورة 2 معروفة وهي 4 ونعين النقطة (2,4) على شكل دائرة مغلقة لأن $x\geq 2$

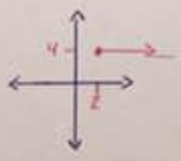
* رسمة الاقتران $y=4$ يجب أن تمر بالنقطة (2,4)

* نختار الرسمة التي أصغر أو يساوي 2 حسب المطلوب $x\geq 2$ ونحذف الرسم الذي أكبر أو يساوي 2

أكبر أو يساوي



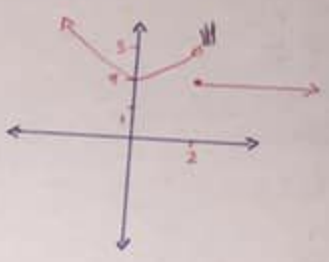
تمسح ⇒



ثالثاً ⇐

ثالثاً: نجمع الرسمتين في رسمة

$$f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x<2\\ 4, & x\geq 2\end{cases}$$



Examples graph $y=\begin{cases}x+1, & x>0\\ 1, & x\leq 0\end{cases}$

* نرسم $x+1, x>0$

صورة 0 ⇐ 1 ← 0+1

ونمثلها على شكل دائرة مفتوحة لأن $x>0$

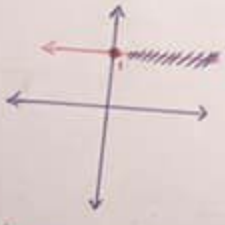
ونشطب الرسم الذي أصغر من 0

* نرسم $1, x\leq 0$

صورة 0 هي 1

ونمثلها على شكل دائرة مغلقة لأن $x\leq 0$

ونشطب الرسم الذي أكبر من 0



ملاحظة مهمة ⇐ اذا كانت الدائرة في القاعدة الاولى مفتوحة وفي القاعدة الثانية مغلقة تصبح مغلقة

* اذا كانت الدائرة في القاعدة الاولى مغلقة وفي القاعدة الثانية مغلقة تبقى مغلقة

* نرسم الرسمة النهائية

2.4

حل أوت لاين

Ali shtaya

① ⟶ (l)
② ⟶ (e)
③ ⟶ (d)
④ ⟶ (f)
⑤ ⟶ (h)
⑥ ⟶ (c)
⑦ ⟶ (i)
⑧ ⟶ (b)
⑨ ⟶ (k)
⑩ ⟶ (g)
⑪ ⟶ (a)
⑫ ⟶ (j)

Ali shtaya

outline

1.5

الـ ٦ حدود المتتالية: 3, 7, 11, 15, 19, 23

(9) $3x-2y=6$ ①
$4y=8$ ②

$\Rightarrow \frac{4y}{4}=\frac{8}{4} \Rightarrow \boxed{y=2}$ نعوض في المعادلة ① الأولى

$\Rightarrow 3x-2.2=6$

$3x\frac{+4}{+4}=\frac{6}{+4} \Rightarrow \frac{3x}{3}=\frac{10}{3} \Rightarrow \boxed{x=\frac{10}{3}}$

(11) $2x-y=2$
$3x+4y=6$

$\Rightarrow \frac{2x-y}{-2x}=\frac{2}{-2x} \Rightarrow \frac{-y}{-1}=\frac{2-2x}{-1} \Rightarrow \boxed{y=-2+2x}$ نعوض في المعادلة الثانية

$\Rightarrow 3x+4.(-2+2x)=6 \Rightarrow 3x-8+8x=6 \Rightarrow \frac{11x}{11}=\frac{14}{11} \Rightarrow \boxed{x=\frac{14}{11}}$

نعوض في المعادلة الخطية التي لدينا y

$\Rightarrow 2.\frac{14}{11}-y=2 \Rightarrow \frac{28}{11}-y=2 \Rightarrow -y=\frac{22}{11}-\frac{28}{11} \Rightarrow -y=\frac{33}{11}-\frac{28}{11} \Rightarrow \boxed{y=\frac{6}{11}}$

---

(13) $7x+2y=26$
$3x-4y=16$

نضرب المعادلة الأولى بـ 2

$\Rightarrow 2(7x+2y=26) \Rightarrow +\ 14x+4y=52$
$3x-4y=16$

$\Rightarrow \frac{17x}{17}=\frac{68}{17} \Rightarrow \boxed{x=4}$ نعوض بـ x في المعادلة

$\Rightarrow 7.4+2y=26$

$\Rightarrow 28+2y=26 \Rightarrow \frac{2y}{2}=\frac{-2}{2} \Rightarrow \boxed{y=-1}$

---

(15) $3x+4y=1$
$2x-3y=12$

نضرب المعادلة الأولى في 2 والثانية في 3-

$\Rightarrow 2(3x+4y=1)$
$-3(2x-3y=12)$ $\Rightarrow$ $6x+8y=2$ + $-6x+9y=-36$

$17y=-34 \Rightarrow \frac{17y}{17}=\frac{-34}{17} \Rightarrow \boxed{y=-2}$

نعوض بقيمة y بالمعادلة لنجد x

$\Rightarrow 3x+4\cdot(-2)=1 \Rightarrow 3x-8=1 \Rightarrow 3x=9 \Rightarrow \frac{3x}{3}=\frac{9}{3} \Rightarrow \boxed{x=3}$

(18) $x+2y=3$
$3x+6y=6$

نضرب المعادلة الأولى في 3-

$\Rightarrow -3(x+2y=3)$
$3x+6y=6$ $\Rightarrow$ $-3x-6y=-9$ + $3x+6y=6$

$\boxed{0=-3} \Rightarrow$ no solution

(23) $4x+6y=4$
$2x+3y=2$

نقرب المعادلة الثانية في 2-

$\Rightarrow 4x+6y=4$
$-2(2x+3y=2)$ $\Rightarrow$ $4x+6y=4$
$-4x-6y=-4$

$\boxed{0=0} \Rightarrow$ infinity many solution
$(-\infty,\infty)$